

## Düzlemine Dik Doğrultuda Yüklenmiş Tabakalı Kompozit Levhalarda Elasto-Plastik Gerilme Analizi

**Kadir TURAN, Mustafa GÜR**

Fırat Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, 23119, Elazığ.  
kturan@firat.edu.tr

(Geliş/Received:26.11.2008; Kabul/Accepted:24.02.2009)

### Özet

Bu çalışmada tabakalı termoplastik kompozit levhalar, tabaka düzlemine dik doğrultuda yüklenerek elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Problemin çözümünde sonlu elemanlar metodunu kullanarak çözüm yapan ANSYS programı kullanılmıştır. Tabakalı termoplastik kompozit levhalarda, tabaka dizilimi, fiber takviye açısı, mesnet tipi ve levha boyutu değişiminin elasto – plastik ve artık gerilmeler üzerine olan etkisi araştırılmıştır. Elasto – plastik analiz üç aşamada yapılmıştır. Analizin ilk adımında her bir tabakanın akma yükleri bulunmuştur ve ikinci adımda her bir tabakaya akma yükü + 0.01 MPa yük artımı uygulanarak elasto – plastik gerilmeler elde edilmiştir. Son aşamada ise levha üzerindeki yüklemeler kaldırılmıştır. Elde edilen elasto-plastik ve artık gerilme değerleri grafikler halinde sunulmuştur.

**Anahtar kelimeler:** Elasto-plastik gerilme, Artık gerilme, Tabakalı termoplastik kompozit malzeme, Sonlu elemanlar metodu.

## Elasto-Plastic Stress Analysis in Laminated Composite Plates which are Loaded Transversaly

### Abstract

In this study elastic – plastic stress analysis is examined in a laminated thermoplastic composite plates under transverse loading conditions. For solving problem ANSYS program, which is used finite element method, is used. The effect of ply array, fiber orientation angle, supported type and plate dimension variation on elastic – plastic and residual stresses of laminated thermoplastic composite plates are investigated. Elastic-plastic analysis is made three steps. In the first step of the analysis the yielding loads are finding each plate and in the second step elastic-plastic stresses are obtained from yield load + 0.01 MPa load increment for each plate. The last step is made for obtained residual stresses and the load on the plate is removed. Obtained elastic-plastic and residual stresses are illustrated graphs in this study.

**Keywords :** Elastic-plastic stress, Residual stress, Laminated thermoplastic composites, Finite element method.

### 1. Giriş

Kompozit malzemeler özellikle fiber takviyeli kompozitler özellikleri kullanıcı tarafından belirlenebilen avantajlarından dolayı günümüzde oldukça sık kullanılan malzemelerdir. Fiber takviyeli kompozit malzemeler içerisinde önemli bir yere sahip olan tabakalı kompozitler her tabakasinda, elektrik direnci, yanmazlık, yüksek sürünme mukavemeti, korozyon direnci v.b. istenilen birçok özelliği taşıyabildiği için uzay, havacılık, otomotiv vb. sektörlerde sıklıkla tercih edilirler.

Termoplastik matriksli tabakalı kompozit malzemeler kolay işlenebilme ve sünek bir yapıya sahip olmaları nedeni ile geniş bir kullanım alanına sahiptirler. Özellikle çelik fiberler ile takviye edildikleri zaman akma davranışı gösterdiklerinden plastik şekil değişimine uğrarlar. Plastik şekil değiştirme kabiliyetine sahip olmaları konstrüksiyon çalışmalarında emniyetli yükün taşınması açısından ani hasara uğramadıkları için önemlidir. Ayrıca termoplastik malzemeler kolayca tamir edilebilmekte ve tekrar eritilerek bölgesel çatlakları ve hasarları

giderilebilmektedir. Reçine esaslı (termoset) kompozit yapılar akma davranışına sahip olmadıklarından direkt olarak hasara uğramaktadırlar. Termoplastik kompozit levhalarla karşılaştırıldıkları zaman düşük darbe dayanımına ve sünekliliğe sahiptirler bu nedenle de daha çok oda sıcaklığındaki şartlarda kullanılabilirler [1].

Termoplastik tabakalı kompozit malzelerin plastik davranışları ve sahip oldukları artık gerilmelerin tespiti için çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Ataş ve Sayman, tabaka düzlemine dik doğrultuda yüklenmiş alüminyum metal matriksli tabakalı kompozit malzemede ankastre ve basit mesnet türleri için elasto-plastik gerilmeleri ve plastik gerilmelerin yayılma davranışlarını incelemiştir [2]. Özcan, düzlem yüklem koşullarında ortasında dairesel delik bulunan, termoplastik tabakalı kompozit bir levhada sonlu elemanlar metodunu kullanarak elasto-plastik gerilme analizini yapmıştır [3]. Arslan ve arkadaşlarının yaptığı bir başka çalışmada ise ortasında kare delik bulunan ve düzlemine dik doğrultuda yüklenmiş tabakalı termoplastik kompozit bir levhada elasto-plastik ve artık gerilmelerin analizi yapılmıştır. Çalışmada sonlu elemanlar metodu kullanılmış ve levha basit ve ankastre olmak üzere farklı şekillerde kenarlarından mesnetlenmiştir [4]. Karakuzu ve arkadaşları çelik örgülü termoplastik tabakalı kompozit bir levhada artık gerilme analizi yapmışlardır. Levha kenarlarından ankastre mesnetlenerek düzlemine dik doğrultuda yüklenmiştir. Çalışma Ansys paket programında iki boyutlu kabuk elemanlar kullanılarak modellenmiştir.[5] Sayman ve arkadaşları çalışmalarında çelik fiberler ile takviye edilmiş alüminyum metal matriksli kompozit plakada plastik bölgenin yayılışı ve malzemenin non-lineer davranışını incelemiştir [6]. Karakuzu ve arkadaşları yapmış oldukları çalışmalarında örgülü çelik fiberler ile takviye edilmiş termoplastik matriksli levhalarda elasto – plastik gerilme analizini düzlem çekme yüküne maruz dairesel delik açılmış levhalarda sonlu elemanlar metodunu kullanarak araştırmışlardır [7].

Bu çalışmada çelik fiber ile takviye edilmiş tabakalı termoplastik bir kompozit malzemede farklı fiber takviye açısı, tabaka

dizilimi, mesnet tipi ve levha boyutları için elasto – plastik gerilme analizi ANSYS 11.0 programı ile yapılmıştır [8]. Levha düzlemine dik doğrultuda uygulanan çekme yükü ile akma gerilmesi değerinin üzerinde ( $\sigma_{AK}+0.01$  MPa) yüklenerek elasto-plastik ve artık gerilmelerin değişimi incelenmiştir.

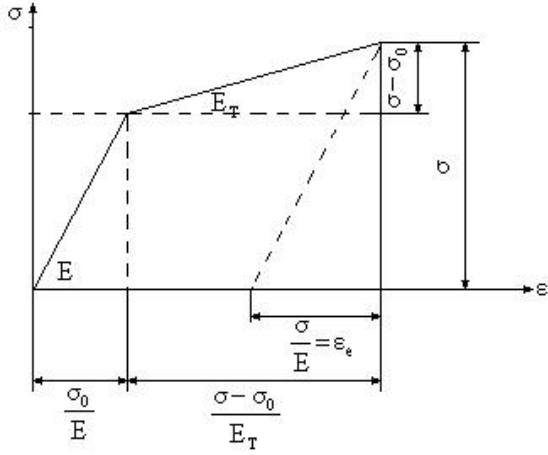
## 2. Sonlu Elemanlar Analizi

Tabakalı kompozit levhanın gerilme analizi ANSYS 10.0 programı kullanılarak yapılmıştır. Programda oldukça çeşitlilik arz eden eleman tiplerinden problemin sınır şartlarına ve geometrisine en uygun çözümü sağlayacak eleman tipinin seçimi önemlidir. Bu nedenle tabakalı kompozit malzemenin çözümünü sağlayacak 2 boyutlu (düzlemsel) Shell 91 elemanı kullanılarak elemanlara bölmeleme işlemi Quadratic elemanlarla sağlanmıştır. Çözümde 144 eleman ve 481 düğüm kullanılmıştır. Probleme esas teşkil eden tabaka sayısı ve fiber takviye açıları program içerisinde menüler yardımı ile girilmiştir [8].

### 2.1. Malzeme özelliklerinin programa girilmesi

ANSYS programında girilen verilerin tutarlılığı problemin çözümünde oldukça önemli olduğu için analizlerde gerçeğe en uygun davranış şekli tercih edilmiştir. Bu nedenle de tabakalı termoplastik kompozit malzemenin elasto-plastik gerilme analizi için “bilineer” özellikte tanımlanması yapılmıştır. Malzeme özellikleri, lineer ve bilineer olmak üzere iki aşamada girilmiştir. Bilineer kısım malzemenin plastik bölgedeki davranışlarını göstermektedir. Malzemenin genel gerilme-şekil değiştirme davranışı Şekil 1’de gösterilmiştir. Burada E malzemenin elastisite modülü ,  $E_T$  ise tanjant modülüdür. Örgülü fiber özelliğindeki kompozit malzemelerde  $E_1=E_2$  olduğu için elastisite modülü E olarak alınabilir. Tanjant modülü bilineer davranışın malzeme özelliklerini tam olarak tanımladığının kabul edilmesi durumunda hesaplanmaktadır. Tanjant modülü aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir [5].

$$E_T = \frac{K \times E}{K + E}$$



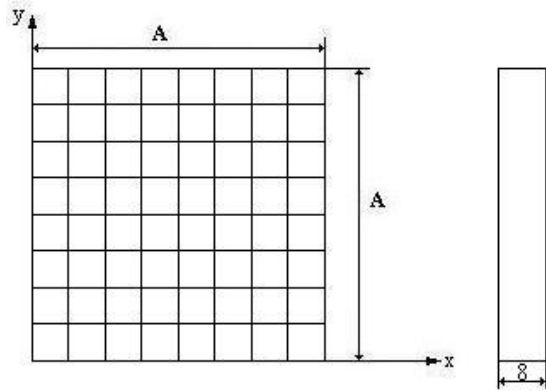
Şekil 1: Malzemenin Gerilme Şekil değiştirme grafiği [5].

Tablo 1. Kompozit Malzemenin mekanik özellikleri [2].

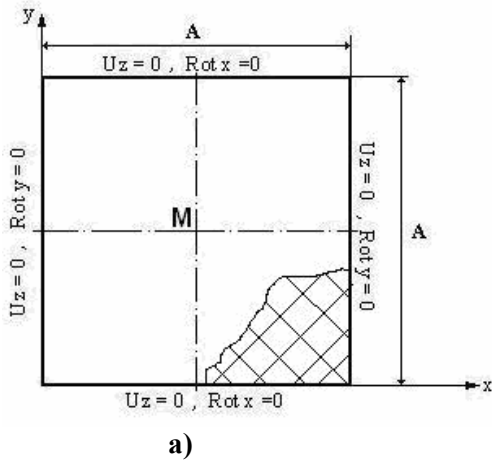
$E_1$	1 Yöndeki Elastisite modülü	9550 MPa
$E_2$	2 Yöndeki Elastisite modülü	9550 MPa
$G_{12}$	Kayma modülü	670 MPa
$\nu_{12}$	Poisson oranı	0.32
X	1 Yöndeki Akma gerilmesi	18.5 MPa
Y	2 Yöndeki Akma gerilmesi	18.5 MPa
S	Kayma Akma gerilmesi	8.26 MPa
K	Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi	99.5 MPa
n	Şekil değiştirme sertleşmesi parametresi üssü	0.676
$V_M$	Matriks hacim oranı	% 93
$V_F$	Fiber hacim oranı	% 7

## 2.2. Sınır şartları ve yüklemeler

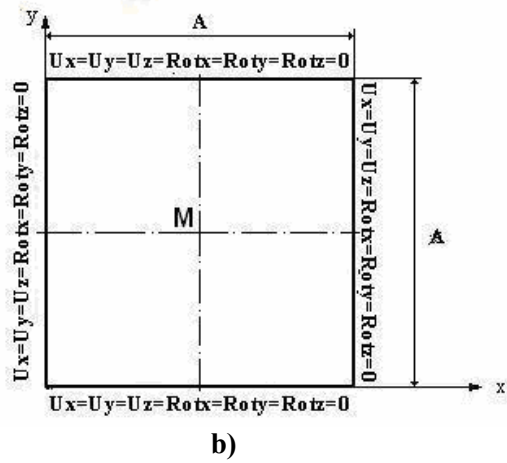
Model olarak 2 boyutlu bir levha seçilmiştir. Levhanın boyutları sınır şartları ve sonlu elemanlara bölünmüş hali Şekil 2 ve 3 'te verilmiştir. Modelin sınır şartları yüklemeye karşı cismin vereceği tepkiler göz önüne alınarak oluşturulmuştur. Bu durumda levhanın kenarları basit ve ankastre olmak üzere iki farklı şekilde mesnetlenmiştir. Çözümler her iki mesnet tipleri için ayrı ayrı yapılmıştır.



Şekil 2. Levha boyutları ve Sonlu elemanlar modelinin ağ yapısı.



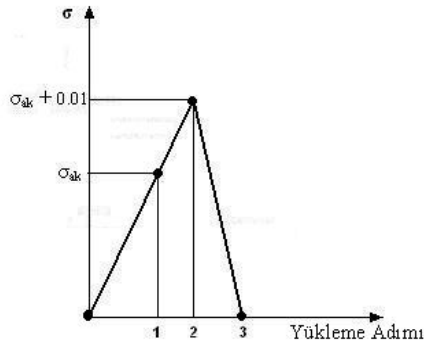
a)



b)

Şekil 3. Mesnet tipleri ve Ansys' de model üzerindeki görüntüsü. a) basit mesnet tipi, b) ankastre mesnet tipi. (Rot: dönmezik sınır şartı, U : deplasman sınır şartı)

Levhaya uygulanan yüklemeler levha düzlemine dik doğrultuda ve tüm levha yüzeyine bir yayılı yük şeklinde verilmiştir. Çözümün elde edileceği yüklemeler Şekil 4 'te görüldüğü gibi üç adımda gerçekleştirilmiştir. Birinci adımda levha plastik davranış gösterinceye kadar yüklenerek her bir levhanın akma yükleri tespit edilmiştir. İkinci adımda plastik gerilmeler ve son adımda ise yüklemeler levha üzerinden kaldırılarak artık gerilme değerleri bulunmuştur. Plastik gerilmeler elde edilirken akma gerilmesi değerinden sonra levhaya 200 iterasyonda toplam 0.01 MPa'lık bir yük uygulanmıştır.



Şekil 4. Analizlerde uygulanan yük adımları .

**Tablo 2.** Simetrik tabaka dizilimine sahip ve basit mesnetlenmiş 400x400x8 mm boyutlarındaki levha için M noktasındaki elasto – plastik ve artık gerilme değerleri [5].

Sonuçlar	Fiber Takviye Açısı	[MPa]	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$
[2]	$[0^\circ]_4$	Elasto Plastik	39.5870	23.8580	0	-0.0490	-0.0350	-0.0790
		Artık gerilme	-0.4380	-11.9170	0	-0.0100	0.0260	-0.0070
[5]	$[0^\circ]_4$	Elasto Plastik	40.8110	24.1860	0	0	0	0
		Artık gerilme	-1.9710	-14.2210	0	0	0	0
Sunulan	$[0^\circ]_4$	Elasto Plastik	40.7140	24.3240	0	0	0	0
		Artık gerilme	-1.4930	-13.5520	0	0	0	0
[5] Sunulan	$[0^\circ/45^\circ]_2$	Artık gerilme	3.1810	3.1810	0	0	0	0
		Artık gerilme	3.1810	3.1810	0	0	0	0

Analizlerde tabakalı kompozit modeli  $[0^\circ]_4$ ,  $[0^\circ/15^\circ]_2$ ,  $[0^\circ/30^\circ]_2$ , ve  $[0^\circ/45^\circ]_2$  dizilimlerinde 300x300, 350x350, 400x400, 450x450 mm lik dört farklı boyut için basit ve ankastre mesnet

### 3. Sonuçlar ve Değerlendirme

Bu çalışmada tabakalı termoplastik kompozit levhalarda levha boyutu ve fiber takviye açısının değişimi, tabakaların dizilim şekli ve mesnet tipleri de göz önüne alınarak elasto–plastik gerilme ve artık gerilmelerin değişimi incelenmiştir. Bu alanda daha önceden yapılmış olan çalışmalar incelenmiş ve kullanılan model çeşitli referanslarla karşılaştırılarak çözümler Tablo 2’de verilmiştir. [2] numaralı referans ile gösterilmiş olan çalışmada akma davranışı gösteren çelik fiberler ile takviye edilmiş olan alüminyum metal matrisli kompozit malzemeler kullanılmıştır. [5] numaralı referansta ise örgülü çelik fiberler ile takviye edilmiş olan tabakalı termoplastik matrisli kompozit malzemeler kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların literatür ile uyum içerisinde olduğu görülmüştür.

şartlarında yapılmıştır. Tablo 3 ve Tablo 4’te farklı fiber takviye açısı, dizilim ve levha boyutları için akma yükleri verilmiştir.

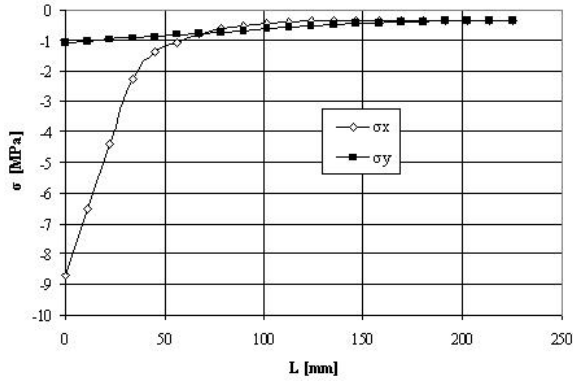
**Tablo 3.** 450x450mm boyutlarındaki tabakalı kompozit de basit ve ankastre mesnet için akma yükleri.

	Basit mesnet			Ankastre mesnet
Tabaka Dizilimi ve Fiber Takviye açıları	$[0^\circ]_4$	$[0^\circ/15^\circ]_2$	$[0^\circ/30^\circ]_2$	$[0^\circ/30^\circ]_2$
Simetrik [MPa]	0.0228	0.0233	0.0231	0.0230
Anti simetrik [MPa]	0.0228	0.0232	0.0228	0.0224

**Tablo 4.**  $[0^\circ/45^\circ]_2$  tabaka dizilimine sahip tabakalı kompozit için basit mesnet durumunda akma yükleri.

Tabaka Dizilimi	300x300 mm	350x350 mm	400x400 mm	450x450 mm
Simetrik [MPa]	0.0560	0.0401	0.0300	0.0230
Anti simetrik [MPa]	0.0555	0.0397	0.0297	0.0227

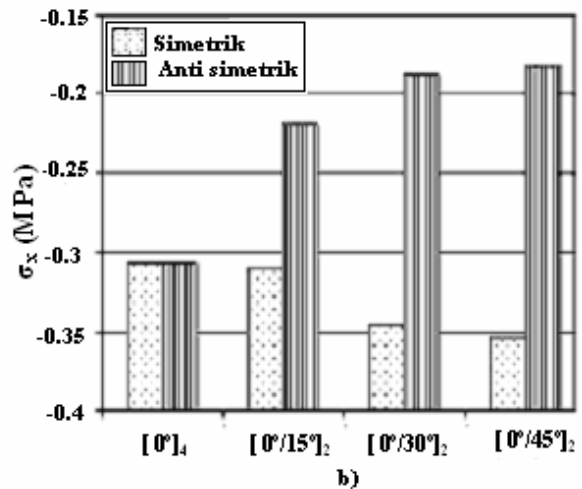
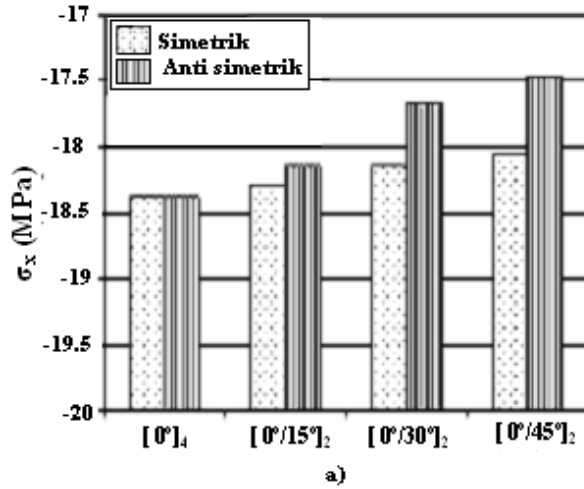
Şekil 5’de  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  tabaka kenarı ve M noktası arasındaki akma gerilmeleri değerlerinin değişimi verilmiştir. Grafikten görüldüğü gibi M noktasında  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  artık gerilmeleri aynı değeri almaktadır.



**Şekil 5.**  $[0^\circ/45^\circ]_2$  simetrik 450x450mm boyutlarında levhanın M noktasındaki  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  artık gerilme değerleri.

### 3.1. $[0^\circ/0^\circ]_2$ Fiber takviye açısının değişimine göre elasto–plastik ve artık gerilmelerin değişimi

450x450x8 mm levhanın  $[0^\circ]_4$ ,  $[0^\circ/15^\circ]_2$ ,  $[0^\circ/30^\circ]_2$  ve  $[0^\circ/45^\circ]_2$  dizilimleri için elde edilen elasto–plastik ve artık gerilme değerleri



**Şekil 6.** M noktasında  $\sigma_x$  gerilmelerinin fiber takviye açısı ile değişimi , a) Elasto – plastik, b) Artık gerilme

**Tablo 5.** Fiber takviye açısının değişimine göre elasto–plastik ve artık gerilme değerlerinin değişimi.

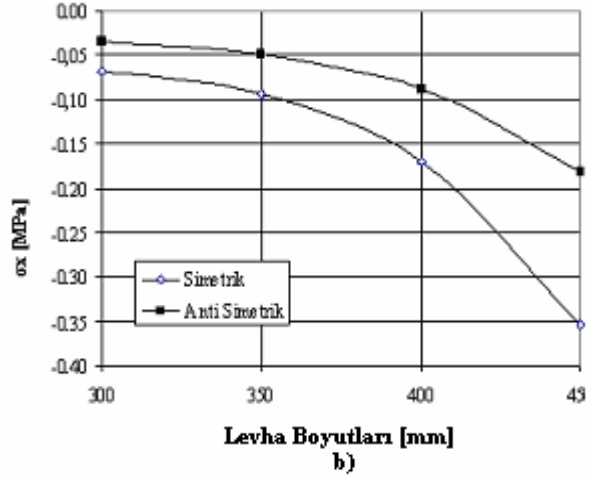
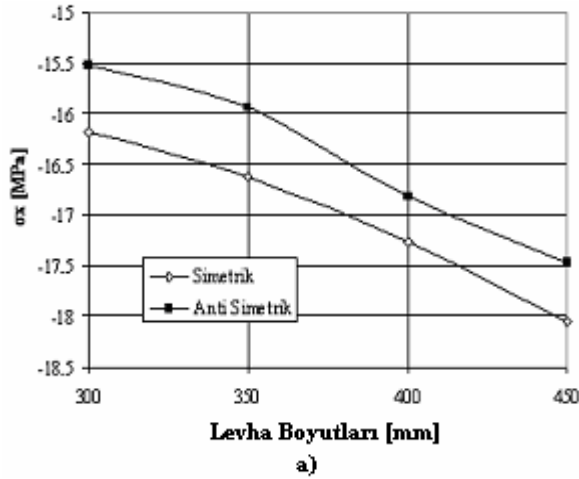
Fiber takviye açısı	Elasto – plastik gerilme [MPa]		Artık gerilme [MPa]	
	Simetrik	Anti Simetrik	Simetrik	Anti Simetrik
$[0^\circ]_4$	-18.3740	-18.3740	-0.3063	-0.3063
$[0^\circ/15^\circ]_2$	-18.2920	-18.1480	-0.3100	-0.2188
$[0^\circ/30^\circ]_2$	-18.1430	-17.6690	-0.3445	-0.1874
$[0^\circ/45^\circ]_2$	-18.0590	-17.4780	-0.3535	-0.1825

### 3.2. Levha boyutlarının değişiminin elasto–plastik ve artık gerilmelere etkisi

$[0^\circ/45^\circ]_2$  tabaka dizilimine sahip levha için yapılan çalışmalarda Tablo 4’de verilmiş olan parametrelere göre elde edilen sonuçlar Şekil 7 a ve b’deki grafiklerde verilmiştir.

Elde edilen sonuçlara göre levha boyutlarında meydana gelen artış hem simetrik dizilim hem de anti simetrik dizilim için elasto–plastik gerilmelerin ve artık gerilmelerin artmasına neden olmuştur. Levha boyutlarındaki artıştan dolayı akma yükleri azalmıştır.

Bu durumda boyutlarda artma olmasına rağmen birim alana gelen yükteki azalma elasto–plastik ve artık gerilmelerin azalmasını gerektirirken tam tersine bu değerler artmıştır.  $[0^\circ/45^\circ]_2$  tabaka dizilimi için yapılan bu çalışmada 300x300 mm levha boyutlarında simetrik dizilim için M noktasında elasto–plastik gerilme değeri -16.176 MPa olurken, 450x450 mm levha boyutlarında bu değer -18,059 MPa olarak bulunmuştur. Aynı şekilde artık gerilmeler ise 300x300 mm levha için -0,0673 MPa olurken, 450x450 mm levha için -0.353 MPa olarak bulunmuştur.



Şekil 7.  $[0^\circ/45^\circ]_2$  tabaka dizilimine sahip levha için a)  $\sigma_x$  elasto – plastik ve b)  $\sigma_x$  artık gerilmesinin M noktasındaki değişimi.

### 3.3. Mesnet türünün değişimine göre elasto–plastik ve artık gerilmelerin değişimi

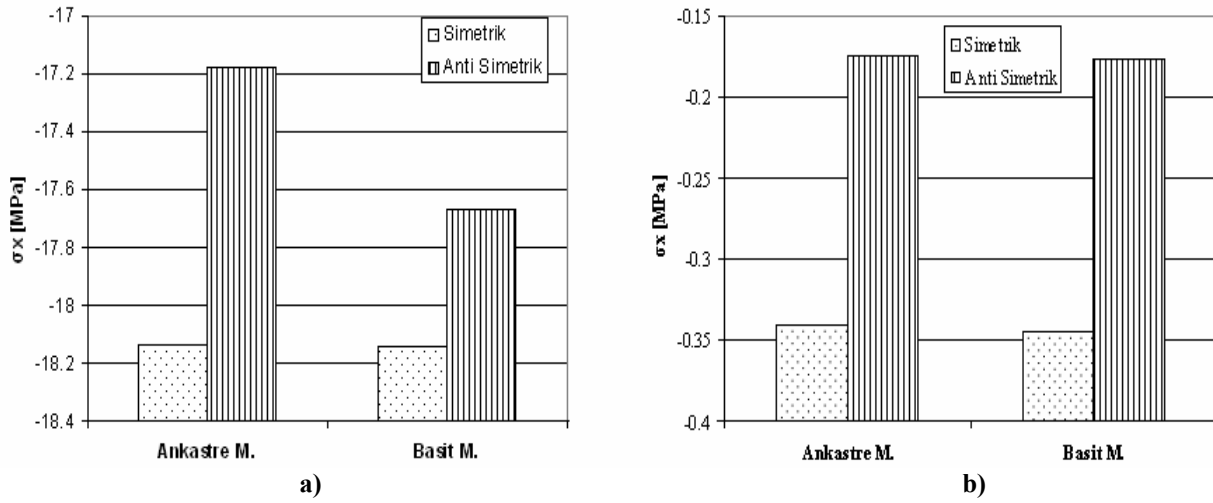
$[0^\circ/30^\circ]_2$  tabaka dizilimine sahip levha için mesnet türünün değişimine göre Tablo 3’te verilmiş olan parametrelere göre yapılan

çalışmalarda elde edilen elasto–plastik ve artık gerilme değerleri Şekil 8’deki grafiklerde verilmiştir.

Elde edilen sonuçlardan mesnet tipinin değişimi durumu için M noktasındaki gerilmelerin artık

gerilme değerleri ve elasto– plastik gerilmeler üzerine simetrik ve anti simetrik dizilim için değişiklik göstermektedir. M noktasındaki elasto–plastik gerilme değerleri simetrik dizilim için basit mesnet durumunda -18.143 MPa olarak bulunurken ankastre mesnet durumunda -18.137 MPa olarak bulunmuştur. Anti simetrik tabaka dizilimi için bu değerler basit mesnet durumunda -17.669 MPa olurken ankastre mesnet durumunda -17.176 MPa olarak

bulunmuştur. Artık gerilmelerin değişimi ise simetrik dizilim için basit mesnet durumunda -0.344 MPa ve ankastre mesnet durumunda ise bu değer -0.340 MPa olarak bulunmuştur. Anti simetrik dizilimde ise bu değerler basit mesnet durumu için -0.177 MPa olurken ankastre mesnet durumunda bu değer -0.174 MPa olarak bulunmuştur.



**Şekil 8:**  $[0^\circ/30^\circ]_2$  Tabaka dizilimine sahip, simetrik ve anti simetrik dizilim için  $\sigma_x$  gerilmelerinin M noktasındaki değerlerinin değişimi a) elasto – plastik , b) artık gerilme.

### 3.4. Sonuçların değerlendirilmesi

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlara göre;

- 1- Akma yükleri levha boyutlarının artması ile önemli oranda azalırken, aynı boyutlarda ki levhalar için basit mesnet tipinde ve simetrik dizilimde yakın değerler almaktadır.
- 2- Elasto – plastik gerilmeler fiber takviye açısının artması ile simetrik ve anti simetrik durumda azalmıştır. Artık gerilme değerleri ise fiber takviye açısının artması ile simetrik dizilim için artmaktayken anti simetrik dizilim için değerlerde azalma gerçekleşmiştir.
- 3- Levha boyutlarının artması ile elasto – plastik ve artık gerilme değerleri artış göstermektedir.
- 4- Elasto – plastik ve artık gerilme değerleri mesnet türünün değişimi ile önemli olmayan oranlarda değişmektedir.
- 5- Şekil 7'de görüldüğü gibi geometrinin simetrikliği ve  $E_1=E_2$  olduğu için M noktasında  $\sigma_x$  ve  $\sigma_y$  artık gerilmeleri aynı değerleri almaktadır.
- 6- Şekil 8'de görüldüğü gibi  $[0^\circ]_4$  tabaka diziliminde simetrik ve anti simetrik durum için elasto–plastik ve artık gerilme değerleri sabit kalmaktadır.
- 7- Çalışmada kullanılan model referans çözümleri ile uygunluk göstermektedir.

## Kaynaklar

1. Arslan, N., Pıhtılı, H., Gür, M., (2001), Elasto-Plastic Stress Analysis of Thermoplastic Matrix Composite Laminated and Perforated Plates Under in-Plane Loading , *Journal of Reinforced Plastics & Composites, American Societies Composites*, **20**(14), 1222-1252.
2. Ataş, C., Sayman, O., (2000), Elastic – Plastic Stress Analysis And Expansion of Plastic Zone in Clamped and Simply Supported Aluminum Metal Matrix Laminated Plates, *Composite Structures*, **49**, 9-19.
3. Özcan, R. , (2000), Elastic- Plastic Stress Analysis in Thermoplastic Composite Laminated Plates Under in-Plane Loading, *Composite Structures* , **49** ,201-208.
4. Arslan, N., Kaman, M.O., Duranay, M., (2004), Elastic – Plastic Stress Analysis in Aliminum Metal-Matrix Composite Laminated Plates  $[0^\circ/\theta^\circ]_2$  Under Transverse Uniformly Distributed Load , *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, **23** (18), 2025-2045.
5. Karakuzu, R., Aslan, Z., Okutan, B., (2004), The Effect of Ply Number, Orientation Angle And Bonding Type on Residual Stresses of Woven Steel Fiber Reinforced Thermoplastic Laminated Composite Plates Subjected to Transverse Uniform Load , *Composites Science and Tech.*, **64**, 1049-1056.
6. Sayman, O., Ataş, C., Çalhoğlu, H., (2002), Material Nonlinear Behavior of Laminated Metal Matrix Composite Plates Supported at Edges Under Uniform Traverse Loading , *Composite Sciences and Tech.*, **62** , 1913-1923.
7. Karakuzu, R., Ataş, C., Akbulut, H., (2001), Elastic – Plastic Behavior of Woven Steel Fiber Reinforced Thermoplastic Laminated Plates Under in Plane Loading, *Composite Sciences and Tech.*, **61** , 1475-1483.
8. ANSYS 11.0 Academic Teaching Introductory Help Menu, 2007.