

Tavlama Benzetimi Algoritması (Simulated Annealing)

BMÜ-579 Benzetim ve Modelleme

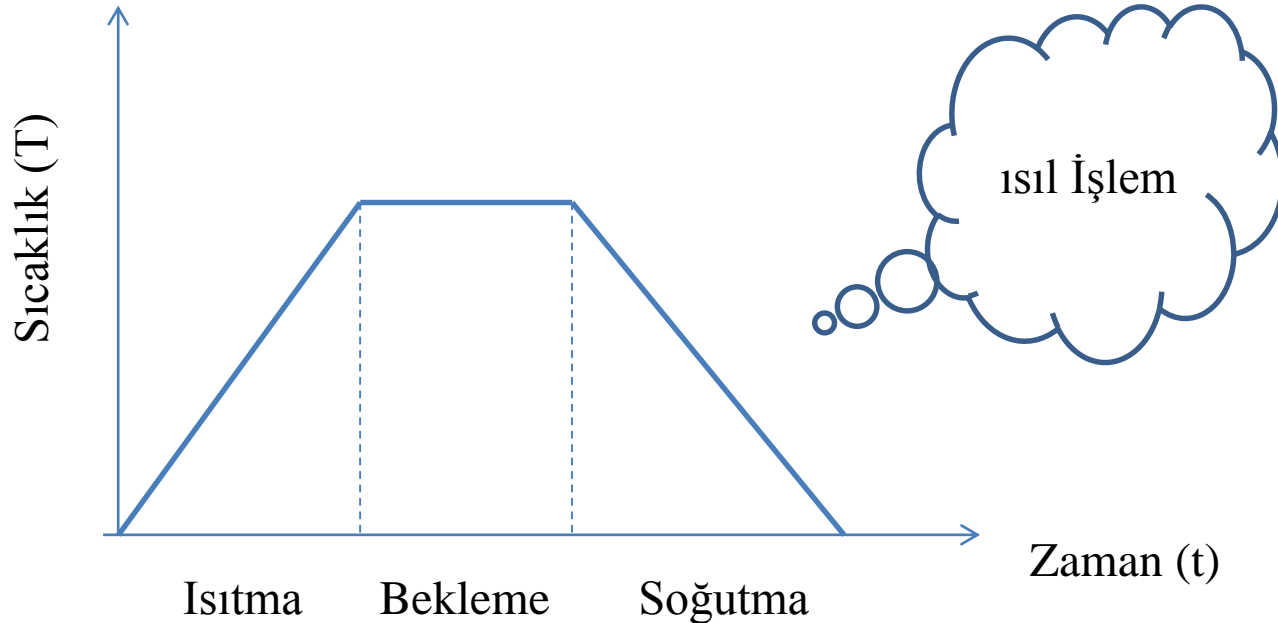
Yrd. Doç. Dr. İlhan AYDIN

Tavlama Benzetimi

- Stokastik arama yöntemidir.
- Katıların fiziksel tavlama süreci ile olan benzerlikten ileri gelmektedir.
 - Katıların ısıtılması ve sonra yavaş yavaş soğutulması esasına dayanır.
- Kirkpatrick ve arkadaşları tarafından 1983 yılında önerilmiştir.

Tavlama

- Malzemeyi belirli bir süre (tavlama sıcaklığına kadar) ısıttıktan sonra, yavaş yavaş soğutmaktır. Tavlama malzemeyi rahatlatmak, yumuşatmak ve iç yapıyı daha kullanılabilir hale getirmek için yapılan ısıtma işlemlerinin geneline verilen addır.



Tavlama

- Isıl işlem, bir katının sıcaklığının belirli bir maksimum dereceye kadar artırılarak tekrar azaltılması işlemidir.
- Maksimum sıcaklıkta kristalin tüm molekülleri, kendilerini rasgele olarak sıvı faza ayarlar.
- Sonra, erimiş kristalin sıcaklığı kristal yapı soğutuluncaya kadar düşürülür.
- Soğuma uygun şekilde yapılırsa kristal yapı çok düzenli olur.

- Tavlama Benzetimi, İniş Algoritmasının (Descent Algorithm) iyileştirilmiş halidir.

İniş Algoritması

- Rasgele seçilen bir çözüm ile aramaya başlanır.
- Komşu çözüm oluşturulur ve amaç fonksiyonundaki değişim hesaplanır.
- Eğer amaç fonksiyonunda azalma söz konusu ise (minimisasyon problemi için), komşu çözüm mevcut çözüm olarak kabul edilir.
- Bu süreç, amaç fonksiyonunda mevcut çözümün hiçbir komşusu iyileşme sağlamayana kadar devam eder ve algoritma yerel bir eniyi (local minimum/maximum) ile sonlanır.

Tavlama Benzetimi

- Tavlama Benzetiminde, amaç fonksiyonunda artışa neden olabilecek komşu hareketler bazen kabul edilerek yerel eniyi noktalarından kurtulmak mümkündür.
- Amaç fonksiyonunda artışa neden olabilecek bu komşu hareketin kabul edilip edilmemesi, rassal olarak belirlenmektedir.

Tavlama Benzetimi

- Amaç fonksiyonunda Δ kadar bir yükselmeye yol açan hareketin kabul edilme olasılığını veren fonksiyon *kabul fonksiyonu* olarak adlandırılır.

$$P(\text{accept}) = e^{-\left(\frac{\Delta}{T}\right)}$$

Boltzmann dağılımı

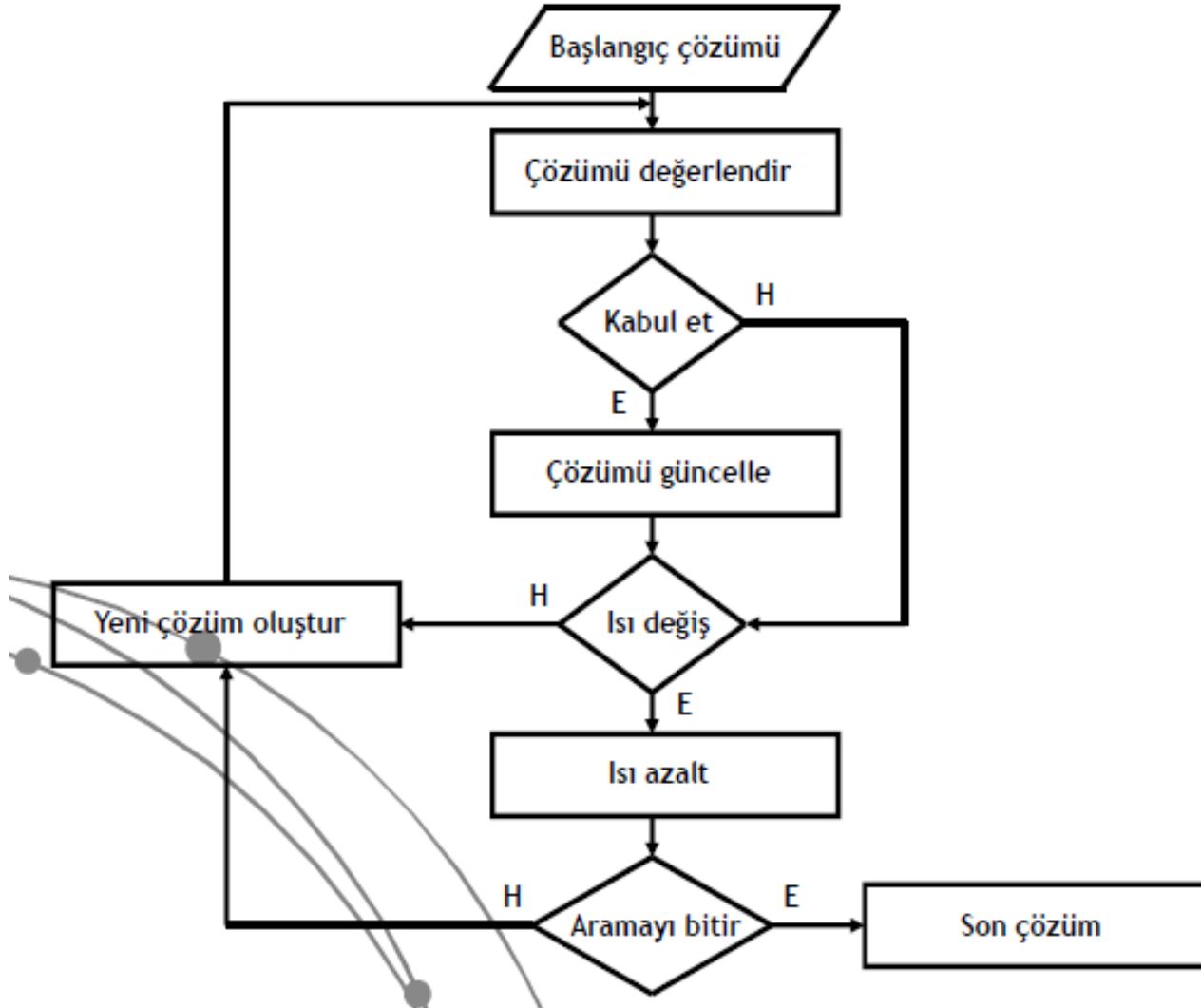
$$\Delta = (\text{komşu çözüm} - \text{mevcut çözüm})$$

Tavlama Benzetimi

- Sıcaklık yüksek olduğunda, amaç fonksiyonunda artışa neden olabilecek hareketlerin kabul edilme olasılığı çok yüksek olacak, sıcaklık düştükçe bu olasılık da azalacaktır. Bu sebeple, aramaya yeteri kadar yüksek bir sıcaklık değeri ile başlamak gereklidir.
- Algoritmada, sıcaklık yavaş yavaş azaltılırken, her sıcaklık değerinde belli sayıda hareket deneyerek arama işlemi sürdürülür.

Tavlama Süreci	Kombinatoryel Eniyileme
Sistemin durumları	Uygun çözümler
Enerji	Amaç fonksiyonu değeri
Durumun Değişimi	Komşu çözüm

Tavlama Benzetimi Akış Şeması



Pseudo-code

Bir başlangıç çözümünü seç: $s_0 \in S$ ve amac fonksiyonu $f(s_0)$ hesapla;

Bir başlangıç sıcaklığını belirle: $T > 0$;

Sıcaklık değişim sayacını sıfırla: $t \leftarrow 0$;

$s \leftarrow s_0$; $f(s) \leftarrow f(s_0)$;

$s_{best} \leftarrow s_0$; $f(s_{best}) \leftarrow f(s_0)$;

Repeat

$n \leftarrow 0$;

Repeat

s 'nin bir komşusu olan s' çözümünü ($s' \in N(s)$) rassal olarak üret;

$\Delta \leftarrow f(s') - f(s)$;

$\Delta \leq 0$ ise $s \leftarrow s'$;

değilse $(0, 1)$ aralığında düzgün dağılımdan bir rassal sayı üret (u) ve

$u < \exp(-\Delta/T)$ ise $s \leftarrow s'$;

$f(s') < f(s_{best})$ ise $s_{best} \leftarrow s'$;

$n \leftarrow n + 1$;

Until $n > M$

$t \leftarrow t + 1$;

$T = T(t)$;

Until (durdurma koşulu sağlanana kadar)

s_{best} problem için bulunan sezgisel çözüm

Tavlama Benzetimi Uygulaması

- Probleme ait kararlar
- Algoritmaya ait kararlar

Probleme ait kararlar

- Çözümler için uygun bir gösterim
- Amaç fonksiyonunun tanımlanması
- Başlangıç çözümünün seçilmesi
- Komşu çözümleri üretmek için komşu üretme mekanizmasının belirlenmesi

Algoritmaya ait kararlar

- Başlangıç sıcaklığının belirlenmesi.
- Soğutma oranı ve sıcaklık değiştirme kuralının tanımlanması.
- Her sıcaklıkta gerçekleştirilecek iterasyon sayısının tanımlanması.
- Aramanın durdurulması için durdurma kriterinin belirlenmesi.

Her sıcaklıkta gerçekleştirilecek iterasyon sayısının tanımlanması

- $N_k = C$ (Sabit)
- $N_k = N_{k-1} + C$ (Aritmetik)
- $N_k = N_{k-1} / a$ ($a < 1$) (Geometrik)
- $N_k = C / \text{Log}(T_k)$ (Logaritmik)
- $N_k = (N_{k-1})^{(1/a)}$ ($a < 1$) (Üstel)

Sıcaklık Azaltma Fonksiyonu

- $T_k = T_{k-1} - C$ (Aritmetik)
- $T_k = T_{k-1} * a$ ($a < 1$ ve 1'ye yakın) (Geometrik)
- $T_k = C / (1+k)$ (Ters fonksiyon)
- $T_k = C / (\text{Log}(1+k))$ (Logaritmik)

Algoritmanın durdurulması

- Belirlenen maksimum iterasyona ulaşılması.
- Belirlenmiş minimum sıcaklığa ulaşılması.
- İstenen kriterleri sağlayan çözüme ulaşılması.

Örnek 1

$$f(x) = x^2, \text{ eğer } x \leq 1$$

$$f(x) = (x-3)^2, \text{ değilse}$$

$$j = \Psi(i) = 4\eta - 2 + i$$

Komşu seçme fonksiyonu

0 ile 1 arasında rassal sayı.

Soğuma fonksiyonu

$$\alpha(t) = 0.8 \times t$$

Başlangıç sıcaklığı: T=80